

پاسخ به تمرین‌ها، پرسش‌ها، و فعالیت‌های فصل ۵

پرسش ۱-۵

با داغ کردن قوطی، جنبش مولکول‌های گاز درون آن بسیار زیاد می‌شود و فشار وارد از گاز به دیواره‌های آن افزایش می‌یابد و این می‌تواند موجب ترکیدن قوطی شود. در واقع این مثالی از یک فرایند ترمودینامیکی هم‌حجم است که در یک فرایند هم‌حجم با افزایش دما، فشار افزایش می‌یابد.

تمرین ۱-۵

الف) از قانون اول ترمودینامیک (معادله ۱-۵) استفاده می‌کنیم. با توجه به اینکه در فرایند هم‌حجم $W=0$ است، داریم

$$\Delta U = Q + W = Q = nC_V\Delta T$$

بنابراین، تغییر انرژی درونی گاز برابر است با

$$\Delta U = nC_V(T_f - T_i)$$

ب) برای گازهای کامل تک اتمی، گرمای ویژه مولی در حجم ثابت برابر با $\frac{3}{2}R$ است. بنابراین، ΔU را می‌توان به صورت زیر نوشت:

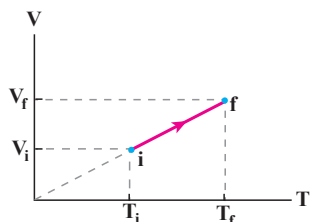
$$\Delta U = n\left(\frac{3}{2}R\right)\Delta T = \frac{3}{2}nR\Delta T$$

تمرین ۲-۵

چون گاز، کامل (آرمانی) است با استفاده از معادله حالت گاز آرمانی داریم:

$$V = \left(\frac{nR}{P}\right)T$$

چون nR/P ثابت است، رابطه بالا معادله یک خط راست است که امتداد (برون‌یابی) آن از مبدأ مختصات می‌گذرد. بنابراین نمودار این رابطه به شکل روبرو می‌شود.



تمرین ۳-۵

در تراکم هم‌فشار، در شکل ۱۲-۵ کتاب، جابه‌جایی رو به پایین می‌شود، در حالی که سوی نیروی وارد از گاز به پیستون تغییر نمی‌کند و بنابراین کار گاز روی پیستون چنین می‌شود:

$$\text{کار گاز روی پیستون} = Fd \cos 180^\circ = -Fd = -PA d$$

اما توجه کنید که این بار Ad برابر $-\Delta V$ است (زیرا حجم کاهش یافته و ΔV منفی می‌شود). پس خواهیم داشت:

$$\text{کار گاز روی پیستون} = -PA d = -P(-\Delta V) = P\Delta V$$

ولی چون کار پیستون روی گاز (کار محیط) منفی این رابطه است، کار پیستون روی گاز $-P\Delta V$ می‌شود که همان رابطه ۳-۵ کتاب است.

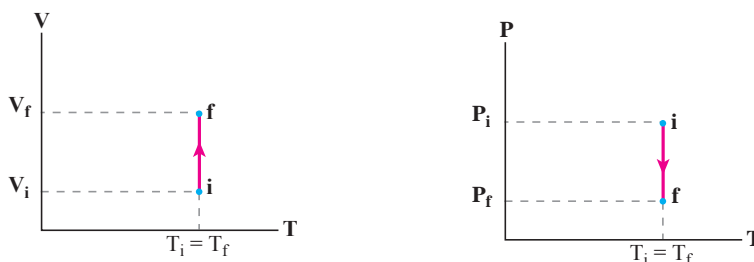
فعالیت ۱-۵

از رابطه (۳-۵) می‌دانیم که کار در فرایند هم‌فشار از رابطه $W = -P\Delta V$ به دست می‌آید. از روی شکل داده شده برای

فرایند هم‌فشار در می‌یابیم که حاصلضرب $P\Delta V$ در واقع مساحت زیر نمودار $P-V$ (مساحت ناحیه هاشور خورده) است. بنابراین می‌توان گفت که در فرایند هم‌فشار، قدرمطلق کار انجام شده (قدرمطلق کار محیط روی دستگاه) برابر با سطح زیر نمودار $P-V$ است.

تمرین ۴-۵

الف) بدیهی است که باید ترتیبی دهیم که حجم گاز داخل استوانه‌ی حاوی گازی که در تماس با یک منبع گرما با دمای ثابت است به گونه‌ای تدریجی و ایستوار افزایش یابد. پس کاهش تدریجی ساچمه‌های سربی می‌تواند روشی قابل قبول باشد؛ البته این کار را می‌توان با روش‌های متفاوتی انجام داد. مثلاً می‌توان به جای ساچمه‌های سربی از کیسه‌های شنی استفاده کرد که سوراخ کوچکی در آن ایجاد شده، به گونه‌ای که شن به آرامی از آن خارج می‌شود. در هر حال، با کاهش وزن روی پیستون و در نتیجه فشار گاز، پیستون به سمت بالا حرکت می‌کند و در نتیجه گاز منبسط می‌شود. نمودارهای $P-T$ و $V-T$ این فرایند به صورت زیر می‌شود:



در مورد علامت‌های Q و W توجه کنید چون گاز منبسط شده است، پس گاز (دستگاه) روی محیط کار (مثبت) انجام داده و بنابراین $W < 0$ است. چون فرایند هم‌دما است، برای گاز کامل که انرژی درونی آن فقط به دما بستگی دارد $\Delta U = 0$ است و بنابراین از قانون اول ترمودینامیک در می‌یابیم $Q + W = 0$ و در نتیجه با توجه به اینکه $W < 0$ است، Q باید مثبت باشد. این نتیجه را می‌توانیم این طور توجیه کنیم که در واقع در هر مرحله کوچک از فرایند، بر اثر انبساط گاز، دمای گاز اندکی کاهش می‌یابد که این کاهش دما با گرفتن گرما از منبع جبران می‌شود.

فعالیت ۲-۵

وقتی سرنگ حاوی هوا را در آب می‌اندازیم و مدتی صبر می‌کنیم، هوای درون سرنگ با آب هم‌دما می‌شود. از این به بعد، هوای درون سرنگ (به عنوان دستگاه) در تماس گرمایی با حجم بزرگ آب (به عنوان منبع گرما) است. دستگاه و منبع، دمای مساوی دارند. با فشردن کُند و آرام پیستون، فشار هوای درون سرنگ افزایش و حجم آن کاهش می‌یابد. ولی از آنجا که هوای سرنگ (دستگاه) در تماس گرمایی با آب (منبع گرما) است و فرایند به کندی رخ می‌دهد، دمای دستگاه همان دمای منبع باقی می‌ماند، یعنی دما ثابت است و بنابراین یک انبساط هم‌دما داریم (در واقع توجه کنید که در هر مرحله کوچک این فرایند، دما در ابتدا کمی زیاد می‌شود، ولی این افزایش دما با دادن گرما به آب جبران می‌شود تا اینکه هوا دوباره با آب هم‌دما شود). هدف از این فعالیت و تمرین ۴-۵ آن است که به دانش‌آموزان گوشزد کند در فرایند هم‌دما، گاز با محیط تبادل گرما می‌کند بی‌آنکه دمایش تغییر کند. در واقع اهمیت فرایند هم‌دما در تبدیل کامل کار و گرما به یکدیگر است. وقتی محیط روی دستگاه کار انجام دهد، به همان اندازه کار، دستگاه به محیط گرما می‌دهد.

تمرین ۵-۵

با توجه به معادله حالت گاز کامل داریم

$$PV = nRT \Rightarrow P = \left(\frac{nR}{V} \right) T$$

اگر طبق راهنمایی، خطی عمودی بر محور حجم رسم کنیم به گونه‌ای که هر چهار نمودار را قطع کند از رابطه بالا درمی‌یابیم که برای چهار نقطه تلاقی که در آنها nR/V (ضریب T) برابر است، فشار کمتر مربوط به دمای کمتر است. بنابراین، منحنی T_1 که خط عمود بر محور حجم را در جا (فشار) پایین‌تری قطع کرده است کمترین دما را دارد و منحنی T_4 که خط عمود بر محور را در جا (فشار) بالاتری قطع کرده است، بیشترین دما را دارد و بدین ترتیب $T_4 > T_3 > T_2 > T_1$ است. البته می‌توانستیم مسئله را به ازای یک فشار معین نیز بررسی کنیم. در آن صورت، معادله حالت گاز کامل را به صورت زیر بنویسیم:

$$V = \left(\frac{nR}{P} \right) T$$

حال اگر خطی به محور فشار رسم کنیم؛ به گونه‌ای که هر چهار نمودار را قطع کند، از رابطه بالا درمی‌یابیم در مقایسه این چهار نقطه تقاطع، کمترین حجم مربوط به کمترین دما و بیشترین حجم مربوط به بیشترین دما است. بنابراین داریم:

$$T_4 > T_3 > T_2 > T_1$$

از این تمرین درمی‌یابیم که نمودارهای هم‌دما برای ما حکم یک دماسنج را دارند و با مشاهده آنها در مقایسه با یکدیگر می‌توان درباره دما اظهار نظر کرد و با مشاهده نمودار یک فرایند در زمینه آنها می‌توان درباره تغییر دمای گاز در مسیر آن فرایند اظهار نظر کرد.

ب) همان‌طور که اشاره کردیم، مقدار کار برابر مساحت زیر نمودار $P-V$ است. چون مساحت زیر منحنی T_1 از همه کمتر و مساحت زیر منحنی T_4 از همه بیشتر است، بنابراین داریم:

$$|W_4| > |W_3| > |W_2| > |W_1|$$

(توجه کنید که هر چهار نمودار، فرایندهای انبساطی را نشان می‌دهند و در آنها W منفی است)

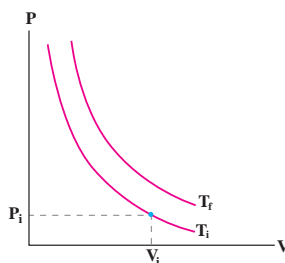
فعالیت ۳-۵

وقتی در نوشابه باز می‌شود، گاز محبوس در بالای آن و نیز گاز کربن دی‌اکسید خارج شده از نوشابه انبساط می‌یابد. این انبساط چنان سریع صورت می‌گیرد که آن را می‌توان تقریباً بی‌دررو پنداشت. بنابراین انرژی لازم برای انبساط گاز صرفاً توسط انرژی درونی تأمین می‌شود که همان انرژی گرمایی خود گاز است. بنابراین، گاز انرژی گرمایی از دست می‌دهد و سردتر می‌شود که این باعث می‌گردد بخار آب موجود در گاز در حال انبساط به صورت قطرات آب درآید. این قطرات موجود در هوا، هاله رقیقی را تشکیل می‌دهند که در اطراف دهانه بطری دیده می‌شود. (توجه کنید اگر دمای مایع در نزدیک نقطه انجماد باشد یخ زدن نوشابه نیز ممکن است رخ دهد. چرا که وقتی در بطری باز می‌شود، فشار داخل آن ناگهان تا فشار جو کاهش می‌یابد و این به بالا رفتن نقطه انجماد مایع می‌انجامد. مایع که دمای آن اکنون زیر نقطه انجماد جدید قرار دارد، شروع به یخ زدن می‌کند.)

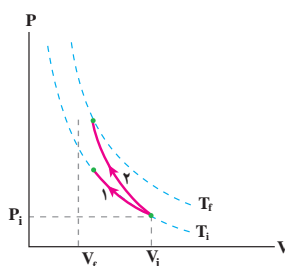
تمرین ۶-۵

با توجه به رابطه (۵-۵) و با توجه به اینکه در تراکم، کار محیط روی گاز (دستگاه) مثبت است، نتیجه می‌گیریم $\Delta U > 0$ است. چون گاز، کامل (آرمانی) است افزایش انرژی درونی گاز با افزایش دمای آن همراه است؛ یعنی دمای گاز افزایش می‌یابد. این نتیجه از رابطه $\Delta U = nC_V \Delta T$ نیز قابل مشاهده است.

رسم منحنی‌های هم‌دما را در تمرین ۵-۵ آموختیم و دریافتیم که دمای بالاتر مربوط به خم (منحنی) بالاتر است؛ مانند شکل زیر (در حل این تمرین از نماد i و f به جای ۱ و ۲ کتاب استفاده کرده‌ایم).



بدیهی است که در تراکم هم‌دما، دما تغییر نمی‌کند و همواره $T = T_i$ است (مسیر ۱). ولی نشان دادیم که در تراکم هم‌دما، دمای گاز افزایش می‌یابد، پس گاز باید به دمای بالاتری مثل T_f برسد (مسیر ۲)



چون سطح زیر نمودار مربوط به تراکم بی‌دررو بیشتر است، $|W|$ برای این فرایند مقدار بیشتری دارد. (البته توجه کنید که در اینجا در هر دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو تراکم رخ می‌دهد و بنابراین برای هر دو فرایند $W > 0$ است و می‌توانستیم از قدر مطلق استفاده نکنیم).

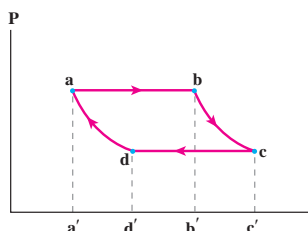
پرسش ۲-۵

در اینجا برای هوای داخل سرنگ تراکمی بی‌دررو رخ می‌دهد، چرا که گفتیم هرگاه تغییر حجم گاز چنان به سرعت رخ دهد که گاز فرصت تبادل گرما با محیط را پیدا نکند، آن فرایند تراکمی یا انبساطی، بی‌دررو است. در تمرین ۵-۶ دیدیم که در یک تراکم بی‌دررو، دمای گاز کامل افزایش می‌یابد. بنابراین، در اینجا دمای هوای داخل سرنگ زیاد می‌شود و با توجه به اینکه نقطه اشتعال کاغذ نیتروسولولز بسیار پایین است، با اندک افزایش دمایی مشتعل می‌شود. البته این آزمایش را می‌توان با انواع دیگری از کاغذ نیز انجام داد ولی لازمه آن دقت فراوان در انجام آزمایش است، در حالی که با کاغذ نیتروسولولز، به‌سادگی می‌توان به نتیجه رسید. در این مورد فیلمی در سایت گروه گذاشته شده است.

فعالیت ۴-۵

برای آنکه منظور مشخص شود، محل‌های تقاطع خط‌چین‌های عمودی با محور V را به ترتیب با a' ، b' ، c' و d' نمایش

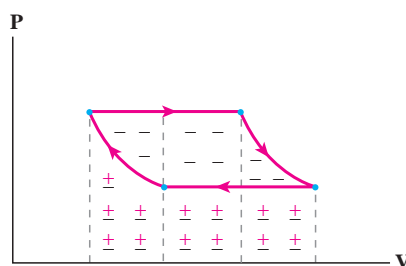
می‌دهیم:



بنابراین، قدرمطلق کار انجام شده در فرایند da برابر مساحت محصور در سطح $abb'a'$ ، قدرمطلق کار انجام شده در فرایند ab برابر مساحت محصور در سطح $abb'a'$ و قدرمطلق کار انجام شده در فرایند bc برابر مساحت محصور در سطح $bcc'b'$ و قدرمطلق کار انجام شده در فرایند cd برابر مساحت محصور در سطح $dcc'd'$ است. اما علامت‌های کار (محیط روی دستگاه) با توجه به اینکه در فرایندهای da و cd از حجم کاسته شده است، مثبت و در فرایندهای ab و bc که به حجم افزوده شده است، منفی است.

(ب) کار انجام شده در چرخه برابر جمع جبری کارهای انجام شده در هر چهار فرایند است. اگر مساحت‌ها و علامت‌های کار را که در قسمت (الف) بررسی کردیم لحاظ کنیم، در می‌یابیم کار محیط در این چرخه برابر با مساحت محصور در داخل چرخه است و بنابراین مقدار کار برابر مساحت داخل چرخه می‌شود.

(پ) بنا به توضیح قسمت (ب) کار کل انجام شده روی دستگاه در این چرخه، منفی است. به عبارت دیگر، شکلی مانند شکل زیر داریم که همان طور که مشاهده می‌کنیم در آن علامت منفی غالب شده است.



فعالیت ۵-۵

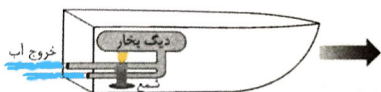
در نیروگاه‌های حرارتی، انرژی گرمایی به توان الکتریکی تبدیل می‌شود. اساس کار کلیه نیروگاه‌های حرارتی گرم کردن آب، تبدیل آن به بخار آب و در پی آن چرخاندن یک توربین بخار است که یک مولد (ژنراتور) را به راه می‌اندازد. بخار پس از عبور از توربین، در یک چگالنده چگالیده شده و به آب تبدیل می‌گردد. سپس این آب به دیگ بخار برگردانده می‌شود و در آنجا به بخار داغ پرفشار تبدیل گردیده و مجدداً به طرف توربین می‌رود و این چرخه دوباره تکرار می‌گردد که در واقع همان چرخه رانکین ماشین‌های بخار است. منبع انرژی یک نیروگاه که از ساز و کار ماشین بخار استفاده می‌کند می‌تواند متفاوت باشد که البته سوخت‌های فسیلی غالب هستند، گرچه از انرژی هسته‌ای، انرژی زمین گرمایی (ژئوثرمال)، و انرژی خورشیدی استفاده می‌شود.

فعالیت ۶-۵

شاید قایق پوت پوت ساده‌ترین ماشین بخاری باشد که تا به حال دیده‌اید. این ماشین، سیلندر، پیستون، میل‌لنگ، سوپاپ‌های ورود و خروج بخار و ... ندارد ولی در آن چرخه‌ای مشابه چرخه ماشین بخار رخ می‌دهد و این چرخه کار مکانیکی موردنیاز برای به حرکت درآوردن قایق در یک استخر یا حوض آب را تأمین می‌کند.

می‌توانید برای ساختن قایق از یک بطری پلاستیکی استفاده کنید. بطری را مطابق شکل طوری از وسط نصف کنید که هر نیمه آن شبیه یک قایق کوچک باشد. یک لوله مسی به قطر تقریباً ۳mm و طول تقریباً ۷cm (بسته به بزرگی و کوچکی قایق) تهیه و آن را مطابق شکل خم کنید. (این نوع لوله را می‌توانید از تعمیرگاه‌های یخچال بخرید). برای درست کردن بخش پیچیده‌ای شکل در خم این لوله، می‌توانید لوله را دور یک میله بیچانید. دو سوراخ کوچک در انتهای قایق ایجاد کنید و دو سر لوله مسی را مطابق شکل از این دو سوراخ عبور دهید. دقت کنید سوراخ‌ها خیلی کوچک باشند طوری که

وقتی دو سر لوله مسی را از آنها عبور می‌دهید، سوراخ‌ها به خوبی مسدود شوند و وقتی قایق روی آب قرار می‌گیرد، آب از کناره‌های این سوراخ‌ها وارد قایق نشود. یک شمع تزئینی که درون استوانه آلومینیومی کوچکی قرار دارد را مطابق شکل، زیر قسمت پیچه مانند لوله مسی قرار دهید، طوری که وقتی شمع روشن شد پیچه را داغ کند. لوله مسی را کاملاً از آب پر کنید. به این منظور می‌توانید یک سر لوله را درون آب قرار دهید و از سر دیگر لوله، هوای درون لوله را بکشید. با مکیدن هوای درون لوله، آب کل لوله را پر می‌کند. دو انتهای لوله را با انگشتان بگیرید و قایق را طوری در آب قرار دهید که دو انتهای لوله کاملاً دورن آب باشد. اکنون شمع را روشن کنید. مدتی طول می‌کشد تا آب داخل بخش پیچه‌ای شکل لوله به اندازه کافی داغ و بخار شود. حالا قایق به راه می‌افتد. با نگاه دقیق به حرکت قایق، مشاهده امواج آب که در محل دو انتهای لوله مسی تشکیل می‌شود، گوش دادن به صدای قایق و ... متوجه می‌شوید که حرکت قایق به صورت بریده بریده و منقطع انجام می‌شود. در واقع در هر ثانیه، چند ضربه به قایق زده می‌شود و با هر ضربه قایق کمی به جلو می‌جهد. اگر انگشتان را پشت دو انتهای لوله و درون آب قرار دهید و البته با این کار مزاحم حرکت



قایق نشوید، این ضربه‌ها را احساس خواهید کرد.

ولی این قایق چگونه کار می‌کند؟

وقتی آب داخل قسمت پیچه‌ای شکل لوله داغ و بخار می‌شود، این بخار پُرفشار، آب درون دو ساق لوله را از دو انتهای لوله، به سرعت و با فشار زیاد، به صورت دو جت آب به بیرون می‌راند. عکس‌العمل نیرویی که بخار پُرفشار به این دو جت آب وارد می‌کند، باعث جهش رو به جلوی قایق می‌شود. وقتی بخار داغ منبسط می‌شود، کمی سرد می‌گردد (انبساط سریع و بی‌دررو)، به علاوه اینکه بخار وارد بخش سرد لوله مسی، یعنی دو ساق متصل به پیچه شده است. بخار در این بخش سرد، چگالیده و کم فشار می‌گردد. در واقع این بخش از لوله مسی شبیه چگالنده عمل می‌کند. چگالش بخار و کاهش فشار درون لوله سبب می‌شود آب از دو انتهای لوله به درون لوله مکیده شود. دوباره آب حاصل از چگالش بخار، وارد پیچه داغ می‌شود، تبدیل به بخار داغ و پرفشار می‌گردد و همه ماجرا از نو تکرار می‌گردد. هنگام مکش آب از دو انتهای لوله به داخل لوله، نیروی کوچکی در خلاف جهت حرکت قایق به قایق وارد می‌شود ولی این نیرو به مراتب کوچک‌تر از نیروی پیشران قایق است که در مرحله انبساط بخار درون پیچه و خروج جت‌های آب از دو انتهای لوله به قایق وارد می‌شود، لذا حرکت کلی قایق رو به جلو باقی می‌ماند. در واقع مکش آب از دو انتهای لوله به درون آن، به صورت جت آب نیست و به آرامی رخ می‌دهد. در مورد این قایق فیلمی در سایت گروه قرار داده شده است.

پرسش ۳-۵

ضریب عملکرد یخچال کارنو با استفاده از رابطه (۵-۱۴) به دست می‌آید.

$$K_{\text{کارنو}} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

بنابراین هرچه دمای دو منبع گرما به یکدیگر نزدیک‌تر باشد (یعنی هرچه $T_H - T_L$ کوچک‌تر باشد) مقدار K بیشتر است. بنابراین نتیجه می‌گیریم کولر گازی در آب و هوای معتدل که اختلاف دمای دو منبع در آن کمتر از اختلاف دمای درون و بیرون خانه در هوای گرم است، بهتر عمل می‌کند.

پرسش‌ها و مسئله‌های پایان فصل ۵

۱- از قانون اول ترمودینامیک داریم

$$\Delta U = Q + W$$

$$= -31 \text{ kJ} + 40 \text{ kJ} = 9 \text{ kJ}$$

۲- الف) همان طور که در متن درس اشاره شد اگر پیستون را با گیره‌های ثابت کنیم و دمای گاز را با استفاده از یک منبع گرما به تدریج افزایش یا کاهش دهیم، فشار گاز طی یک فرایند هم حجم ایستاوار، افزایش یا کاهش می‌یابد.

ب) این مورد نیز در متن درس توضیح داده شد. در اینجا نیز با افزایش دمای کند و تدریجی توسط منبع گرما، در هر مرحله به علت اختلاف دمای جزئی بین منبع و دستگاه، مقدار کمی گرما به گاز منتقل می‌شود که در نتیجه آن گاز کمی منبسط می‌شود و پیستون را که حالا آزاد است اندکی به طرف بالا جابه‌جا می‌کند. اگر گرما دادن را به همین روش به صورت آهسته ادامه دهیم، گاز به کندی منبسط می‌شود و پیستون به طور ایستاوار به بالا حرکت می‌کند. شتاب حرکت پیستون چنان کم است که می‌توان گفت در طی گرما دادن همواره فشار گاز ثابت می‌ماند. برای کاهش حجم ایستاوار و هم فشار گاز نیز، به روش مشابه، دمای منبع گرما را به تدریج و به کندی کاهش می‌دهیم.

۳- این آزمایش مشابه حالتی است که گاز محبوس در استوانه‌ای با پیستون آزاد در تماس با یک منبع گرما با دمای قابل تنظیم است و دمای منبع به آرامی بالا می‌رود.

به علت اختلاف جزئی دمای بین منبع (آب) و هوای درون سرنگ، گرما به کندی به هوای محبوس درون سرنگ منتقل می‌شود و هوا به آرامی [در فشار ثابت] اندکی منبسط می‌گردد و پیستون، سرنگ را اندکی به جلو می‌راند. اگر گرما دادن را به همین روش تدریجی ادامه دهیم، ضمن افزایش دما و حجم هوای درون سرنگ، پیستون به آهستگی حرکت می‌کند. همان طور که گفتیم این فرایند در فشار ثابت رخ می‌دهد. زیرا وقتی سرنگ به طور افقی درون آب قرار گرفته است، اختلاف فشاری بین درون سرنگ و آب بیرون آن وجود ندارد و به محض اینکه یکی از این دو فشار اندکی افزایش یا کاهش یابد، پیستون جابه‌جا می‌گردد تا دوباره فشارها برابر شوند. و چون در اینجا فشار آب تغییر نمی‌کند، فشار درون سرنگ هم تغییر نخواهد کرد و انبساطی هم فشار خواهیم داشت.

۴- الف) در فرایند هم حجم، کار برابر صفر است. برای محاسبه گرمای مبادله شده از رابطه $Q = nC_V\Delta T$ استفاده می‌کنیم و به جای ΔT از قانون گازهای آرمانی (کامل) جای گذاری خواهیم کرد. با نمو گرفتن از قانون گازهای کامل داریم

$$\Delta V = nR\Delta T$$

$$\text{و از آنجا } \Delta T = \frac{V\Delta P}{nR} \text{ می‌شود. با توجه به اینکه برای گاز کامل تک اتمی } C_V = \frac{3}{2}R \text{ است، داریم}$$

$$Q = n\left(\frac{3}{2}R\right)\left(\frac{V\Delta P}{nR}\right) = \frac{3}{2}V\Delta P$$

که در یکاهای SI چنین به دست می‌دهد:

$$Q = \frac{3}{2}(8/3 \times 10^{-3} \text{ m}^3)(3/0 - 1/5)(10^5 \text{ N/m}^2) = 1/9 \times 10^3 \text{ J}$$

توجه کنید که در حجم ثابت برای افزایش فشار باید به گاز گرما داد و علامت مثبت Q نیز نشان می‌دهد که این گرمایی است که گاز می‌گیرد تا افزایش فشار دهد.

ب) حال اگر حجم گاز را کم کنیم، برای کار در یکای SI خواهیم داشت

$$W = -P\Delta V = -(1/5 \times 10^5 \text{ N/m}^2)\left(\frac{8/3}{2} - 8/3\right) \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ = 6/2 \times 10^3 \text{ J}$$

توجه کنید که علامت W مثبت شده است و این به معنای آن است که کار روی دستگاه انجام شده است. برای محاسبه گرمای مبادله شده از رابطه $Q = nC_P\Delta T$ استفاده می‌کنیم. در این رابطه به جای ΔT دوباره از قانون گازهای کامل قرار می‌دهیم:

$$Q = nC_P\left(\frac{P\Delta V}{nR}\right)$$

با توجه به اینکه C_p برای گازهای کامل تک اتمی برابر $\frac{5}{2}R$ است، $Q = \frac{5}{2}P\Delta V$ می‌شود و از آنجا در یکاهای SI خواهیم داشت:

$$Q = \frac{5}{2}(1/5 \times 10^5 \text{ N/m}^2) \left(\frac{1/3}{2} - 1/3 \right) \times 10^{-3} \text{ m}^3 \\ = -1/6 \times 10^3 \text{ J}$$

توجه کنید علامت Q منفی شده است و این به معنای آن است که گاز به محیط گرما داده است.

۵-

(مساحت ذوزنقه) = - (کار گاز) = - کار محیط

$$= -\frac{1}{2} [(3/00 + 2/00)(1/01 \times 10^5 \text{ N/m}^2)] (2/00 \times 10^{-3} \text{ m}^2) \\ = -505 \text{ J}$$

و آنگاه با استفاده از قانون اول ترمودینامیک داریم

$$Q = \Delta U - W_{\text{محیط}} = (912 \text{ J} - 456 \text{ J}) + 505 \text{ J} \\ = 961 \text{ J}$$

چون Q مثبت شده است این بدین معنی است که گاز گرما گرفته است.

۶- الف) نخست قانون اول ترمودینامیک را برای مسیر abc می‌نویسیم:

$$\Delta U_{abc} = Q_{abc} + W_{abc} = 90 \text{ J} + (-70 \text{ J}) = 20 \text{ J}$$

ب) قدم‌مطلق کار انجام شده برابر با مساحت زیر نمودار فرایند در صفحه $P-V$ است. بنابراین، بدیهی است که مساحت زیر مسیر adc کمتر از مساحت زیر مسیر abc است و در نتیجه مقدار کار در مسیر abc کمتر از مقدار کار در مسیر abc است. از طرفی در هر دو فرایند گاز انبساط یافته است و بنابراین کار محیط منفی و کار دستگاه (گاز) مثبت است. بنابراین کار گاز نیز در مسیر adc کمتر از مسیر abc است. برای مقایسه گرمای داده شده به گاز، باید از قانون اول ترمودینامیک استفاده کنیم: $Q = \Delta U - W$. چون ΔU برای هر دو مسیر یکسان است باید W ها را با هم مقایسه کنیم. چون مقدار کار در مسیر adc کوچک است و از طرفی W کار محیط روی گاز و در هر دو مسیر منفی است پس $W_{adc} > W_{abc}$ است و در نتیجه Q در مسیر adc کوچک‌تر است.

پ) چرخه بسته‌ای را در نظر بگیرید که شامل مسیر abc و مسیر خمیده بازگشت است. چون

$$\Delta U = \Delta U_{abc} + \Delta U_{ca} = 0$$

نتیجه می‌گیریم که باید به اندازه $\Delta U_{abc} = 20 \text{ J}$ از گاز انرژی بگیریم. البته چون در این بخش، هنوز چرخه مطرح نشده است می‌توانیم این طور نیز استدلال کنیم:

$$\Delta U_{abc} = U_c - U_a \text{ و } \Delta U_{ca} = U_a - U_c \Rightarrow \Delta U_{ca} = -\Delta U_{abc} = -20 \text{ J}$$

۷- آنچه در مورد نظر است نسبت $\Delta U / Q$ است.

$$\Delta U = nC_V\Delta T \text{ و } Q = nC_P\Delta T$$

در نتیجه

$$\frac{\Delta U}{Q} = \frac{C_V}{C_P} = \frac{5}{7} \approx 0.7$$

۸- با استفاده از تعریف کار و رابطه انبساط حجمی داریم:

$$\begin{aligned} W_{\text{کار مکعب روی هوا}} &= -W = P\Delta V \\ &= P(\beta V\Delta T) \\ &= (1/0.1 \times 10^5 \text{ N/m}^2) [(3 \times 23 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C})(\lambda/0 \times 10^{-3} \text{ m}^3)(100/0^\circ\text{C})] \\ &= 5/8 \text{ J} \end{aligned}$$

از طرفی

$$\begin{aligned} Q &= mC\Delta T = (\rho V)C\Delta T \\ &= (2/7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(\lambda/0 \times 10^{-3} \text{ m}^3)(900 \text{ J/kg.K})(100/0^\circ\text{K}) = 1/94 \times 10^6 \text{ J} \\ \Rightarrow \Delta U &= Q + W = 1/94 \times 10^6 \text{ J} - 5/8 \text{ J} = 1/94 \times 10^6 \text{ J} \end{aligned}$$

توجه کنید که کار انجام شده در برابر Q بسیار ناچیز و اهمیت ندارد که این فرایند در خلأ صورت گیرد ($W = 0$) یا خیر. تغییر انرژی درونی در دو حالت یکسان است.

۹- الف) قدرمطلق کار برابر با مساحت زیر نمودار فرایند ترمودینامیکها در صفحه $P-V$ است. از روی شکل دیده می شود که مساحت زیر نمودار فرایند هم فشار از همه بیشتر و مساحت زیر نمودار فرایند بی دررو از همه کمتر است. بنابراین مقدار کار انجام شده از کمترین تا بیشترین به ترتیب بی دررو، هم دما و هم فشار است. البته در سوال از کار گاز روی محیط پرسیده شده است که با توجه به انبساطی بدون هر سه فرایند، برای هر فرایند مقداری مثبت است. پس همین مقایسه در مورد خود کارها نیز درست است.

ب) از قانون گازهای کامل درمی یابیم که در فرایند هم فشار با افزایش حجم، دما افزایش می یابد. در فرایند هم دما نیز بدیهی است که دما ثابت می ماند. در فرایند بی دررو نیز از قانون اول ترمودینامیک در می یابیم که در انبساط، کاهش دما داریم. این موارد همگی در شکل نیز مشخص شده است. بنابراین دمای نهایی در این سه فرایند از کمترین تا بیشترین به ترتیب بی دررو، هم دما و هم فشار می شود.

ب) در فرایند بی دررو $Q = 0$ و در فرایندهای هم دما و هم فشار $Q > 0$ است. برای مقایسه فرایندهای هم دما و هم فشار نیز باید به قانون اول ترمودینامیک رجوع کنیم. با توجه به اینکه تغییر انرژی درونی و مقدار کار در فرایند هم دما از فرایند هم فشار کمتر است و نیز کار در هر دو فرایند منفی است، بنابراین در این مورد نیز ترتیب گرمای داده شده به ترتیب از کمترین تا بیشترین، بی دررو، هم دما و هم فشار می شود.

۱۰- از درس آموختیم که در چرخه های پادساعتگرد در صفحه $P-V$ کار محیط (W) مثبت است. با این حال اینجا می خواهیم اثباتی برای این چرخه ارائه دهیم. از قانون اول ترمودینامیک داریم

$$\Delta U = Q + W$$

که در آن W کار محیط است. توجه کنید که در اینجا فرایندی چرخه ای داریم و $\Delta U = 0$ است. در مورد علامت W نیز می توانیم این فرایند چرخه ای را به سه بخش تقسیم کنیم. بدیهی است که در فرایند هم حجم، کار صفر است. اما مساحت زیر فرایند هم فشاری که در آن حجم کاهش یافته است، بیشتر از فرایند دیگری است که در آن افزایش حجم داریم. بنابراین کار محیط مثبت و کار دستگاه منفی است. اکنون با توجه به قانون اول ترمودینامیک برای فرایند چرخه ای می دانیم $Q = -W$ است و بنابراین Q نیز منفی می شود.

۱۱- الف) در فرایند چرخه ای $\Delta U = 0$ است و در نتیجه از قانون اول ترمودینامیک نتیجه می گیریم $Q = -W$ است. با توجه به اینکه چرخه ساعتگرد طی شده است کار محیط منفی است. (توجه کنید که نیازی به حفظ کردن نیست و می توانید همواره با مقایسه مساحت زیر منحنی ها به منفی یا مثبت بودن کار پی ببرید.) بنابراین Q مثبت می شود و دستگاه گرما می گیرد.

(ب) در قسمت الف دیدیم که Q مثبت است و در نتیجه داریم

$$W = -Q = -400 \text{ J}$$

۱۲- الف) با استفاده از قانون گازهای کامل داریم

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

با جای گذاری $P_1 = 1/0 \text{ atm}$, $P_2 = 3/0 \text{ atm}$, $V_1 = V_2$ و $T_1 = 200 \text{ K}$ به $T_2 = 600 \text{ K}$ می‌رسیم. که با توجه قواعد محاسبه ارقام معنی‌دار باید به صورت $6/0 \times 10^2 \text{ K}$ بیان شود. اکنون با استفاده از قانون گازهای کامل T_1 و T_2 را نیز به دست می‌آوریم

$$T_2 = T_1 \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = T_1 \frac{V_2}{V_1} = (600 \text{ K}) \left(\frac{300 \text{ L}}{100 \text{ L}} \right) = 1800 \text{ K} = 1/8 \times 10^3 \text{ K}$$

$$T_1 = T_2 \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = T_2 \frac{P_1}{P_2} = (1800 \text{ K}) \left(\frac{1/0 \text{ atm}}{3/0 \text{ atm}} \right) = 600 \text{ K} = 6/0 \times 10^2 \text{ K}$$

(ب) مقدار کار انجام شده برابر با مساحت محصور در چرخه است که چنین می‌شود.

$$|W| = [(300 - 100)(10^{-3} \text{ m}^3)(3/0 - 1/0)(10^5 \text{ N/m}^2)] \\ = 4/0 \times 10^4 \text{ J}$$

(پ) در فرایندهای $1 \rightarrow 2$ و $2 \rightarrow 3$ دمای گاز زیاد شده است و با توجه به رابطه‌های $Q = nC_V \Delta T$ و $Q = nC_P \Delta T$ درمی‌یابیم گاز گرما می‌گیرد.

(ت) در فرایندهای $3 \rightarrow 4$ و $4 \rightarrow 1$ دمای گاز کم شده است و با توجه به رابطه‌های $Q = nC_V \Delta T$ و $Q = nC_P \Delta T$ درمی‌یابیم گاز گرما از دست می‌دهد.

توجه: می‌توانیم مقدار این گرماها را نیز محاسبه کنیم. مثلاً برای قسمت پ) انجام می‌دهیم. برای این گرما داریم

$$Q_m = Q_H = Q_{12} + Q_{23} = nC_V \Delta T_{12} + nC_P \Delta T_{23} \\ = \frac{5}{2} nR \Delta T_{12} + \frac{7}{2} nR \Delta T_{23}$$

برای محاسبه nR از قانون گازهای کامل استفاده می‌کنیم

$$nR = \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{(1/0 \text{ atm})(100 \text{ L})}{200 \text{ K}} = 0/50 \text{ L.atm/K}$$

در نتیجه داریم

$$Q_m = \left[\frac{5}{2} (600 \text{ K} - 200 \text{ K}) + \frac{7}{2} (1800 \text{ K} - 600 \text{ K}) \right] (0/50 \frac{\text{L.atm}}{\text{K}}) = 2/6 \times 10^3 \text{ atm.L} \\ = (2/6 \times 10^3 \text{ atm.L})(1/01 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(10^{-3} \text{ m}^3) = 2/6 \times 10^5 \text{ J}$$

۱۳- چون فرایندی چرخه‌ای داریم $\Delta U = 0$ است. بنابراین $Q = -W$ می‌شود که در آن W کار محیط است. از طرفی می‌دانیم مقدار کار انجام شده در چرخه برابر مساحت محصور در چرخه است و در چرخه‌های ساعتگرد کار انجام شده بر روی دستگاه منفی است. بنابراین

$$W = -S_{ABC} = -\frac{1}{2} [(3 \cdot 0 / 0 - 1 \cdot 0 / 0) \times 1 \cdot 0^{\Delta} \text{N/m}^2] [(4 / 0 - 1 / 0) \times 1 \cdot 0^{-3} \text{m}^3]$$

$$= -3 / 0 \times 1 \cdot 0^3 \text{J}$$

و از آنجا $Q = 3 / 0 \times 1 \cdot 0^3 \text{J}$ می شود.
(۱۴- الف)

$$T_C = T_A = \frac{P_A V_A}{nR}$$

$$= \frac{(2 / 4 \times 1 / 0 \times 1 \cdot 0^{\Delta} \text{N/m}^2)(2 / 2 \times 1 \cdot 0^{-3} \text{m}^3)}{(0 / 32 \text{mol})(8 / 314 \text{J/mol.K})}$$

$$= 2 \cdot 0 \cdot 0 / 4 \text{K} \approx 2 / 0 \times 1 \cdot 0^2 \text{K}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{P_A (2V_A)}{nR} = \frac{2P_A V_A}{nR}$$

$$= 2T_A = 4 \cdot 0 \cdot 0 / 9 \text{K} \approx 4 / 0 \times 1 \cdot 0^2 \text{K}$$

(ب) فرایند $A \rightarrow B$ را با شاخص پایین ۱ و فرایند $B \rightarrow C$ را با شاخص پایین ۲ و فرایند $C \rightarrow A$ را با شاخص پایین ۳ نشان می دهیم.

$$\Delta U_1 = Q_1 + W_1$$

$$Q_1 = nC_p \Delta T = \frac{5}{2} nR \Delta T$$

$$= \frac{5}{2} (0 / 32 \text{mol})(8 / 314 \text{J/mol.K})(2 \cdot 0 \cdot 1 \text{K})$$

$$= 1337 \text{J} \approx 1 / 3 \text{kJ}$$

$$W_1 = -P_A \Delta V = -P_A (V_B - V_A) = (-2 / 4 \times 1 / 0 \times 1 \cdot 0^{\Delta} \text{Pa})(2 / 2 \times 1 \cdot 0^{-3} \text{m}^3)$$

$$= -533 / 3 \text{J} \approx -0 / 53 \text{kJ}$$

$$\Rightarrow \Delta U_1 = Q_1 + W_1 = 1 / 3 \text{kJ} - 0 / 53 \text{kJ} = 0 / 77 \text{kJ} \approx 0 / 8 \text{kJ}$$

(که البته این نتیجه را می توانیم از رابطه $\Delta U = nC_V \Delta T$ نیز به دست آوریم.)

$$\Delta U_2 = Q_2 + W_2 \quad W_2 = 0$$

$$Q_2 = nC_V \Delta T = \frac{3}{2} nR \Delta T$$

$$= \frac{3}{2} [(0 / 32 \text{mol})(8 / 314 \text{J/mol.K})](-2 \cdot 0 \cdot 0 / 5 \text{K})$$

$$= -800 / 1 \text{J} \approx -0 / 80 \text{kJ}$$

$$\Rightarrow \Delta U_2 = 0 + (-0 / 80 \text{J}) \approx -0 / 80 \text{kJ}$$

(توجه کنید که ΔU_2 را می توانستیم به طور مستقیم، با توجه به اینکه در چرخه انرژی درونی کل برابر صفر است و فرایند $C \rightarrow A$ فرایندی هم دما است ($\Delta U_2 = 0$) برابر قرینه ΔU_1 بگیریم.) توجه کنید تفاوت ΔU_1 و ΔU_2 به دست آمده، در نظر گرفتن محاسبات با ارقام معنی دار رخ داده است.

(۱۵- الف) مقدار کار انجام شده روی دستگاه برابر با مساحت محصور در چرخه است و چون چرخه به صورت ساعتگرد پیموده شده است، علامت آن منفی است.

$$W = -S_{abcd} = -[(2/0 \times 10^5 - 1/0 \times 10^5) \text{N/m}^2 \times (0/04 - 0/02) \text{m}^2]$$

$$= -2/0 \times 10^3 \text{J} = -2/0 \text{kJ}$$

کار انجام شده توسط ماشین قرینه این مقدار و برابر $|W| = 2/0 \text{kJ}$ می شود.

(ب) فرایند abc از دو فرایند ab (هم حجم) و bc (هم فشار) تشکیل شده است. بنابراین

$$Q_{abc} = Q_{ab} + Q_{bc} = nC_V \Delta T_{ab} + nC_P \Delta T_{bc}$$

$$= n\left(\frac{3}{2}R\right)\left(\frac{V\Delta P}{nR}\right)_{ab} + n\left(\frac{5}{2}R\right)\left(\frac{P\Delta V}{nR}\right)_{bc}$$

$$= \frac{3}{2}(V\Delta P)_{ab} + \frac{5}{2}(P\Delta V)_{bc}$$

$$= \frac{3}{2}(0/02 \times 10^3 \text{m}^3)(1/0 \times 10^5 \text{N/m}^2) + \frac{5}{2}(2/0 \times 10^5 \text{N/m}^2)(0/02 \text{m}^3)$$

$$= 1/3 \times 10^4 \text{J} = 13 \text{kJ}$$

(پ) فرایند cda از دو فرایند cd (هم حجم) و da (هم فشار) تشکیل شده است. بنابراین

$$Q_{cda} = Q_{cd} + Q_{da} = nC_V \Delta T_{cd} + nC_P \Delta T_{da}$$

$$= n\left(\frac{3}{2}R\right)\left(\frac{V\Delta P}{nR}\right)_{cd} + n\left(\frac{5}{2}R\right)\left(\frac{P\Delta V}{nR}\right)_{da}$$

$$= \frac{3}{2}(V\Delta P)_{cd} + \frac{5}{2}(P\Delta V)_{da}$$

$$= \frac{3}{2}(0/04 \text{m}^3)(-1/0 \times 10^5 \text{N/m}^2) + \frac{5}{2}(1/0 \times 10^5 \text{N/m}^2)(-0/02 \text{m}^3)$$

$$= -11000 \text{J} = -11 \times 10^3 \text{J} = -11 \text{kJ}$$

(ت) تغییر انرژی درونی در فرایند abc برابر است با

$$\Delta U_{abc} = Q_{abc} + W_{abc}$$

Q_{abc} را در قسمت (ب) به دست آوردیم. کافی است W_{abc} را محاسبه کنیم.

$$W_{abc} = -P\Delta V = -(2/0 \times 10^5 \text{N/m}^2)(0/02 \text{m}^3)$$

$$= -4/0 \times 10^3 \text{J} = -4/0 \text{kJ}$$

بنابراین داریم

$$\Delta U_{abc} = 1/3 \times 10^4 \text{J} - 4/0 \times 10^3 \text{J}$$

$$= 9 \times 10^3 \text{J} = 9 \text{kJ}$$

۱۶- الف) بازده ماشین گرمایی آرمانی برابر است با

$$\frac{|W|}{Q_H} = \eta = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{60/0}{100/0} = 0/400 = 40/0\%$$

(ب)

$$P = \frac{|W|}{t} = \frac{1}{t}(\eta Q_H)$$

$$= \frac{Q_H}{t} \eta = (0/400) \left(\frac{100/0 \text{ J}}{0/500 \text{ s}} \right) = 80/0 \text{ W}$$

۱۷- الف) با استفاده از رابطه بازده برای ماشین دمای گرمایی داریم

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H}$$

و از آنجا

$$Q_H = \frac{|W|}{\eta} = \frac{8/2 \times 10^3 \text{ J}}{0/25} = 3/28 \times 10^4 \text{ J}$$

حال استفاده از قانون اول ترمودینامیک $|Q_L|$ را برای ماشین گرمایی آرمانی به دست می آوریم.

$$\begin{aligned} |Q_L| &= Q_H - |W| = 3/28 \times 10^4 \text{ J} - 8/2 \times 10^3 \text{ J} \\ &= 2/46 \times 10^4 \text{ J} \approx 2/5 \times 10^4 \text{ J} \end{aligned}$$

ب) اکنون Q_H چنین می شود

$$Q_H = \frac{|W|}{\eta} = \frac{8/2 \times 10^3 \text{ J}}{0/30} = 2/73 \times 10^4 \text{ J}$$

و از آنجا

$$\begin{aligned} |Q_L| &= Q_H - |W| \\ &= 2/7 \times 10^4 \text{ J} - 8/2 \times 10^3 \text{ J} = 1/91 \times 10^4 \text{ J} \approx 1/9 \times 10^4 \text{ J} \end{aligned}$$

۲۱- این مسئله راه حلی کلی دارد که در ادامه به آن خواهیم پرداخت. ولی چون در اینجا مثالی عددی خواسته است. مثلاً فرض کنید دماهای منبع های بالا و پایین به ترتیب 300 K و 200 K باشد و بنابراین بازده ماشین کارنور چنین می شود.

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{200 \text{ K}}{300 \text{ K}} = 0/333$$

حال فرض کنید دمای منبع دما بالا را 50 K افزایش دهیم

$$\eta = 1 - \frac{200 \text{ K}}{350 \text{ K}} = 0/428$$

و اگر دمای منبع دما پایین را 50 K کاهش دهیم

$$\eta = 1 - \frac{150 \text{ K}}{300 \text{ K}} = 0/500$$

پس کاهش دمای منبع دما پایین مؤثرتر است.

اثبات کلی: اگر دمای منبع سرد را به اندازه ΔT بکاهیم، $\eta_1 = 1 - \frac{T_L - \Delta T}{T_H}$ و اگر دمای منبع گرم را به اندازه ΔT

بیافزاییم $\eta_2 = 1 - \frac{T_L}{T_H - \Delta T}$ می شود. برای آنکه η_1 و η_2 را مقایسه کنیم، دو روش داریم، یکی این است که جمله های دوم را مقایسه کنیم. جمله دوم هر کدام که بزرگ تر بود، بازده آن کمتر است. فرض کنید $\eta_2 > \eta_1$ باشد:

$$\frac{T_L - \Delta T}{T_H} > \frac{T_L}{T_H - \Delta T}$$

چون T_H و $T_H + \Delta T$ مقادیر مثبتی هستند می‌توانیم طرفین را در مقدار مثبت $T_H(T_H + \Delta T)$ ضرب کنیم. آنگاه پس از محاسبه ساده‌ای خواهیم داشت

$$T_L > T_H + \Delta T$$

که غیرممکن است. پس حتماً جمله دوم η_1 کوچک‌تر از جمله دوم η_2 است و بنابراین $\eta_1 > \eta_2$. یعنی برای افزایش بازده ماشین کارنو، کاهش دمای منبع دما - پایین از افزایش دمای منبع دما - بالا مؤثرتر است. روش دیگر آن بود که مخرج مشترک بگیریم و کل جمله‌ها را با هم مقایسه کنیم:

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_L - \Delta T}{T_H} = \frac{T_L - T_H + \Delta T}{T_H}$$

و افزایش دمای منبع دما - بالا به رابطه زیر:

$$\eta_2 = 1 - \frac{T_L}{T_H - \Delta T} = \frac{T_H - T_L + \Delta T}{T_H + \Delta T}$$

اگر توجه کنید، صورت‌های این دو کسر است، ولی مخرج η_2 بزرگ‌تر از η_1 و بنابراین $\eta_2 > \eta_1$ (۲۲-الف) چون ماشین‌ها یک چرخه را طی می‌کنند، قانون اول ترمودینامیک برای ماشین‌های آرمانی به صورت $Q + W = 0$ درمی‌آید که در آن $Q = Q_L + Q_H$ است. برای ماشین A داریم:

$$Q_L + Q_H = -1750 \text{ J} + 2000 \text{ J} = 250 \text{ J}$$

بنابراین این ماشین قانون اول را نقض می‌کند.

برای ماشین B داریم:

$$Q_L + Q_H = -200 \text{ J} + 500 \text{ J} = 300 \text{ J}$$

بنابراین ماشین B هم قانون اول را نقض می‌کند.

برای ماشین C داریم

$$Q = -200 \text{ J} + 600 \text{ J} = 400 \text{ J}$$

پس ماشین C قانون اول را نقض نمی‌کند.

برای ماشین D داریم:

$$Q = -90 \text{ J} + 100 \text{ J} = 10 \text{ J}$$

بنابراین این ماشین نیز قانون اول را نقض نمی‌کند.

(ب) بدیهی است ماشین‌هایی که قانون اول ترمودینامیک را نقض می‌کنند قابل ساختن نیستند و بنابراین آنها را کنار می‌گذاریم. پس می‌ماند ماشین‌های C و D. برای آنکه ماشینی قابل ساخت باشد، بازده ماشین نباید از بازده بیشینه (بازده ماشین کارنو) بیشتر باشد. بازده ماشین کارنو از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\eta_{\text{کارنو}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300 \text{ K}}{400 \text{ K}} = 0.25$$

بنابراین بازده ماشین کارنویی که بین این دو دما عمل می‌کند ۲۵٪ است. حال ببینیم بازده ماشین‌های C و D چقدر

است؟

$$\eta_C = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{200\text{K}}{600\text{K}} = 0.66$$

پس بازده این ماشین بیشتر از ماشین کارنو است و آن نیز قابل ساختن نیست. تنها می ماند ماشین D. برای این ماشین داریم:

$$\eta_D = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{90\text{J}}{100\text{J}} = 0.10$$

یعنی بازده این ماشین 10٪ و کمتر از بازده ماشین کارنو است و بنابراین تنها این ماشین قابل ساختن است. ۲۳- الف) نخست بازده را برای این ماشین کارنو محاسبه می کنیم:

$$\eta_{\text{کارنو}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{280/0\text{K}}{360/0\text{K}} = 0.22222 \approx 0.2222$$

بنابراین بازده این ماشین کارنو حدوداً ۲۲٪ است. توجه کنید رابطه $|W|/Q_H = \mu$ برای هر ماشینی برقرار است و آن را می توان برای ماشین کارنو نیز به کار برد.

$$|W| = (\eta) Q_H = (0.22222)(750/0\text{J}) = 166.67\text{J} \approx 166.67\text{J}$$

ب) این بار از رابطه $|Q_L|/Q_H = 1 - \eta$ استفاده می کنیم. در نتیجه

$$|Q_L| = (1 - \eta) Q_H = (1 - 0.222222)(750/0\text{J}) = 583.33\text{J} \approx 583.33\text{J}$$

به این نتیجه با استفاده از قانون اول ترمودینامیک نیز می توانیم برسیم:

$$|Q_L| = Q_H - |W| = 750/0\text{J} - 166.67\text{J} = 583.33\text{J} \approx 583.33\text{J}$$

۲۴- از تعریف توان داریم

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = W/P$$

از طرفی ضریب عملکرد برابر است با

$$K = \frac{Q_L}{W} \Rightarrow \Delta t = Q_L/PK$$

پس باید Q_L را محاسبه کنیم

$$\begin{aligned} Q_L &= |Q_{\text{سردشدن}}| + |Q_{\text{یخ بستن}}| \\ &= mc|\Delta T| + mL_F \\ &= (1/00\text{kg})(4/187\text{kJ/kg.K})(10/0\text{K}) + (1/00\text{kg})(333/3\text{kJ/kg}) \approx 376\text{kJ} \end{aligned}$$

از آنجا Δt را محاسبه می کنیم:

$$\Delta t = \frac{376 \times 10^3\text{J}}{(110/0\text{J/s})(4/0)} = 854/5\text{s} = 14/24\text{min} \approx 14\text{min}$$

۲۵- توان از رابطه $P = W/t$ به دست می‌آید. به این منظور باید نخست W را محاسبه کنیم. از قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$|Q_H| = W - Q_L$$

و در نتیجه

$$W = |Q_H| - Q_L \\ = 1/3 \times 10^5 \text{ J} - 9/0 \times 10^4 \text{ J} = 13 \times 10^4 \text{ J} - 9/0 \times 10^4 \text{ J} = 4 \times 10^4 \text{ J}$$

بنابراین توان چنین می‌شود

$$P = \frac{W}{t} = \frac{4/0 \times 10^4 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 6/7 \times 10^2 \text{ W} \approx 7 \times 10^2 \text{ W}$$

(ب) ضریب عملکرد برابر است با

$$K = \frac{Q_L}{W} = \frac{9/0 \times 10^4 \text{ J}}{4 \times 10^4 \text{ J}} = 2/25 \approx 2$$

۲۶- بیشترین ضریب عملکرد ممکن مربوط به یخچال کارنو است.

$$K_{\max} = K = \frac{Q_L}{W} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

مقدار گرمایی که باید از آب گرفته شود تا یخ ببندد از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = mL_F$$

در نتیجه W چنین می‌شود

$$W = Q_L \frac{T_H - T_L}{T_L} = (mL_F) \left(\frac{T_H - T_L}{T_L} \right) \\ = (0/250 \text{ kg})(333/7 \text{ kJ/kg}) \frac{(273/15 + 22/0) \text{ K} (237/15 - 5/0) \text{ K}}{(273/15 - 5/0) \text{ K}} \approx 1/40 \text{ kJ}$$

* لطفاً پیشنهادهای و نظرات خود را به khoshbin@talif.sch.ir ارسال فرمایید.